

**Програмові вимоги до екзаменів з курсу**  
**“Математичний аналіз”**  
**ОП 014.08 Середня освіта (Фізика та математика)**

**Семестр 1**

1. Визначення ірраціонального числа.
2. Впорядкування множини дійсних чисел.
3. Зображення дійсного числа нескінченним десятковим дробом.
4. Неперервність множини дійсних чисел.
5. Границі числових множин
6. Змінна величина, послідовність.
7. Границя послідовності.
8. Нескінченно малі величини.
9. Теорема про послідовність, яка не має границі.
10. Нескінченно великі величини.
11. Граничний перехід в рівностях і нерівностях.
12. Леми про нескінченно малі.
13. Арифметичні операції над змінними.
14. Границя монотонної послідовності.
15. Число  $e$ , наближене обчислення.
16. Лема про вкладені відрізки.
17. Частинні послідовності і частинні границі.
18. Лема Больцано-Вейєрштрасса.
19. Критерій збіжності.
20. Змінна та області її зміни.
21. Визначення поняття функції.
22. Аналітичний спосіб задання функції.
23. Графік функції. Класи функцій.
24. Поняття оберненої функції.
25. Обернені тригонометричні функції.
26. Суперпозиція.
27. Визначення границі функції.
28. Границя монотонної функції.
29. Загальний критерій Больцано–Коші.
30. Найбільша і найменша границя функції
31. Порівняння нескінченно малих, шкала.
32. Еквівалентні нескінченно малі. Виділення головної частини.

- 33.Класифікація нескінченно великих
- 34.Одностороння неперервність. Класифікація розривів.
- 35.Неперервність і розриви монотонної функції.
- 36.Неперервність елементарних функцій.
- 37.Суперпозиція неперервних функцій.
- 38.Використання неперервності функцій для обчислення границь.
- 39.Степенево-показникові вирази
- 40.Теорема про перетворення функції в нуль.
- 41.Теорема про проміжне значення.
- 42.Існування оберненої функції.
- 43.Теорема про обмеженість функції.
- 44.Найбільше і найменше значення функції.
- 45.Поняття рівномірної неперервності.
- 46.Теорема Кантора.
- 47.Лема Бореля.
- 48.Визначення похідної.
- 49.Похідна оберненої функції.
- 50.Формула для приросту функції.
- 51.Найпростіші правила обчислення похідних.
- 52.Односторонні похідні. Нескінченні похідні.
- 53.Визначення диференціала. Зв'язок між диференційованістю та існування похідної.
- 54.Основні формули і правила диференціювання.
- 55.Дії над диференціалами.
- 56.Інваріантність форми запису першого диференціала.
- 57.Застосування диференціалів для оцінки похибок
- 58.Теорема Ферма.
- 59.Теорема Дарбу.
- 60.Теорема Ролля.
- 61.Теорема Лагранжа.
- 62.Теорема Коші.
- 63.Визначення похідних вищих порядків.
- 64.Загальні формули для похідних довільного порядку.
- 65.Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків.
- 66.Втрата інваріантності для диференціалів вищих порядків.
- 67.Параметричне диференціювання
- 68.Умови сталості функції.

69. Умови монотонності функції.
70. Максимуми і мінімуми, необхідні умови. Достатні умови, перше правило, друге правило.
71. Використання похідних вищих порядків.
72. Відшукування найбільших і найменших значень.
73. Визначення опуклої (вгнутої) функції. Умови опуклості функції.
74. Нерівність Єнсена, застосування.
75. Точки перегину

## Семестр 2

1. Означення первісної. Невизначений інтеграл.
2. Теореми про структуру множини всіх первісних.
3. Властивості невизначеного інтеграла.
4. Методи інтегрування: використання лінійності, метод заміни змінної, метод інтегрування частинами
5. Інтегрування елементарних раціональних дробів.
6. Інтегрування будь-яких раціональних дробів.
7. Інтегрування правильних раціональних дробів.
8. Інтегрування диференціального бінома. Підстановки Чебишева.
9. Інтегрування виразів виду  $Rx, ax+bcx+dr, \dots$ , їх частинних випадків та виразів, що до них зводяться.
10. Інтегрування виразів виду  $Rx, ax^2+bx+c$ . Підстановки Ейлера
11. Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування функцій виду  $\sin mx \cos nx$ .
12. Поняття про площу криволінійної трапеції.
13. Означення визначеного інтеграла.
14. Необхідна умова інтегрованості.
15. Суми Дарбу та їх властивості.
16. Верхній та нижній інтеграл Дарбу.
17. Необхідна і достатня умова інтегрованості функції.
18. Коливання функції
19. Властивості інтегрованих функцій.
20. Властивості інтегралів.
21. Теорема про середнє значення в інтегральному численні та її узагальнення.
22. Інтеграл із змінною верхньою межею.
23. Формула Ньютона-Лейбніца.

24. Формула інтегрування частинами.
25. Формула заміни змінної.
26. Поняття про криву лінію. Спрямокутні криві.
27. Довжина кривої. Диференціал дуги кривої.
28. Верхня та нижня площі простої плоскої фігури.
29. Квадровність фігури. Критерій квадровності.
30. Площа криволінійної трапеції.
31. Площа криволінійного сектора.
32. Верхній та нижній об'єми тіл.
33. Кубовність тіла. Критерій кубовності.
34. Об'єм тіла за площами поперечних перерізів.
35. Об'єм тіла обертання.
36. Площа поверхні обертання.
37. Центр ваги кривої.
38. Центр ваги криволінійної трапеції.
39. Перша та друга теореми Гульдіна
40. Інтеграл залежні від параметра.
41. Поточкова та рівномірна збіжність.
42. Диференційовність та інтегровність по параметру.
43. Означення та ластивості невластних інтегралів.
44. Критерій Коші збіжності невластних інтегралів.
45. Критерій збіжності для додатної функції.
46. Перша та друга ознаки порівняння для невід'ємних функцій.
47. Порівняння із відомими функціями.
48. Ознаки Абеля та Діріхле
49. Поточкова та рівномірна збіжність.
50. Диференційовність та інтегровність по параметру.

### Семестр 3

1. Простір  $R^n$ .
2. Відкриті, замкнені та обмежені множини в  $n$ -вимірному просторі.
3. Поняття метричного простору.
4. Збіжні послідовності та їхні властивості.
5. Лема Больцано-Вейєрштраса
6. Границя функцій багатьох змінних. Зв'язок з повторними границями.
7. Неперервність функцій багатьох змінних. Властивості неперервних функцій.

8. Функції неперервні в області. Теорема Больцано-Коші.
9. Теорема Вєєрштраса.
10. Рівномірна неперервність функцій. Теорема Кантора
11. Частинні похідні і диференційованість функції багатьох змінних.
12. Повний приріст функції в точці.
13. Частинні диференціали функції багатьох змінних.
14. Повний диференціал функції.
15. Інваріантність форми першого диференціала.
16. Похідна від складеної функції.
17. Формула скінченних приростів.
18. Похідна функції за напрямом.
19. Градієнт функції.
20. Похідні і диференціали функції багатьох змінних вищих порядків.
21. Необхідна умова екстремуму для функції багатьох змінних.
22. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Випадок функції двох змінних. Загальний випадок.
23. Критерій Сильвестра.
24. Поняття умовного екстремуму. Необхідна умова.
25. Метод множників Лагранжа.
26. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області
27. Теорема про існування однозначної неперервної функції.
28. Неявні функції від багатьох змінних
29. Обчислення похідних неявно заданих функцій, систем неявно заданих функцій.
30. Умовний екстремум. Необхідні умови умовного екстремуму.
31. Правило множників Лагранжа. Достатні умови умовного екстремуму
32. Означення та умови існування подвійного інтеграла.
33. Верхня та нижня суми Дарбу.
34. Зведення подвійного інтеграла до повторного у випадку прямокутної області та у випадку довільної області.
35. Вираження площі через криволінійні координати.
36. Заміна змінних у подвійних інтегралах
37. Означення потрійного інтеграла.
38. Властивості потрійних інтегралів та інтегрованих функцій.
39. Обчислення потрійного інтеграла у випадку прямокутного паралелепіпеда.

- 40.Заміна змінних у потрійному інтегралі.
- 41.Означення криволінійного інтеграла I роду.
- 42.Зведення криволінійного інтеграла I роду до інтеграла Рімана.
- 43.Означення криволінійного інтеграла II роду.
- 44.Залежність криволінійного інтеграла II роду від орієнтації кривої.
- 45.Зведення криволінійного інтеграла II роду до інтеграла Рімана.
- 46.Застосування криволінійного інтеграла II роду до обчислення площ областей.
- 47.Незалежність криволінійного інтеграла II роду від шляху інтегрування: необхідна умова і достатня умова.
- 48.Умови, за яких підінтегральний вираз у криволінійному інтегралі II роду є повним диференціалом деякої функції.
- 49.Формула Гріна. Застосування формули Гріна до дослідження криволінійних інтегралів .
- 50.Означення поверхневого інтеграла I роду.
- 51.Зведення до подвійного інтеграла.
- 52.Означення поверхневого інтеграла II роду: частинний та загальний випадок.
- 53.Зведення поверхневого інтеграла II роду до поверхневого інтеграла I роду.
- 54.Зведення поверхневого інтеграла II роду до подвійного.
- 55.Формула Гаусса-Остроградського.
- 56.Вираження об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла II роду

#### Семестр 4

1. Означення числового ряду. Часткові суми ряду. Загальний член ряду.
2. Збіжність ряду. Залишок ряду.
3. Теорема про збіжність ряду і збіжність залишку ряду.
4. Необхідна умова збіжності ряду.
5. Арифметичні операції над збіжними рядами.
6. Достатні умови збіжності рядів із додатними членами: теорема про обмеженість часткових сум, три ознаки порівняння, ознака д'Аламбера, ознака Коші, ознака Раабе, ознака Кумера, інтегральна ознака.
7. Критерій Коші збіжності ряду
8. Знакозмінні (знакопочеревні) ряди. Теорема Лейбніца.

9. Ознаки Абеля і Діріхле збіжності рядів.
10. Абсолютно та умовно збіжні ряди. Зв'язок між абсолютною та умовною збіжністю.
11. Властивості абсолютно збіжних рядів: додавання, множення на число, перестановка доданків, множення рядів.
12. Суть абсолютної та умовної збіжності. Теорема Рімана.
13. Означення функціонального ряду. Різні види збіжності функціонального ряду: поточкова і рівномірна.
14. Достатні умови рівномірної збіжності функціональних рядів: ознака Коші, теорема Вейєрштраса, ознака Абеля, ознака Діріхле.
15. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів: про ряд, складений із неперервних функцій, про почленне інтегрування ряду, про почленне диференціювання ряду.
16. Теорема Діні.
17. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей.
18. Означення степеневого ряду. Розклад функції у степеневий ряд.
19. Теорема Коші-Адамара. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.
20. Властивості степеневих рядів.
21. Теорема Абеля.
22. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду.
23. Почленне диференціювання та інтегрування степеневих рядів.
24. Ряди Тейлора. Необхідна і достатня умова розкладу функції у ряд Тейлора.
25. Розклад в ряд Маклорена елементарних функцій.
26. Основна тригонометрична система функцій.
27. Збіжність ряду Фур'є.
28. Розклад періодичної функції в ряд Фур'є.
29. Інтеграл Фур'є.
30. Перетворення Фур'є.