

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНИКА**



Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

Рівень вищої освіти: **перший (бакалаврський)**

Освітня програма: **«Середня освіта (фізика та математика)»**

Предметна спеціальність: **014.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)**

Спеціальність: **014 Середня освіта (за предметними спеціальностями)**

Галузь знань: **01 Освіта/Педагогіка**

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1
Від 22 серпня 2023 р.

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Математичний аналіз
Викладач (-і)	Кравців Вікторія Василівна
Контактний телефон викладача	0989086792
Е-mail викладача	viktoriiia.kravtsiv@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Очний
Обсяг дисципліни	<u>24</u> кредити ЄКТС, <u>720</u> год.
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://d-learn.pnu.edu.ua/developer/course/view/5151
Консультації	Очні консультації: понеділок 15.00 Онлайн консультації: четвер 16.00 (https://meet.google.com/uwu-ydsx-kpk?authuser=0)
2. Анотація до навчальної дисципліни	
<p><u>Предметом</u> вивчення навчальної дисципліни є елементи теорії дійсних чисел, границь числових послідовностей, границь функцій, диференціального та інтегрального числення функцій однієї змінної та функцій багатьох змінних, теорії рядів, криволінійних та кратних інтегралів.</p>	
3. Мета та цілі навчальної дисципліни	
<p><u>Метою</u> вивчення навчальної дисципліни є полягає у наданні майбутнім спеціалістам знань у галузі сучасного математичного аналізу.</p> <p><u>Основними цілями</u> вивчення дисципліни є навчання студентів теоретичним основам і методам математичного аналізу та застосуванню цих методів для розв'язання різноманітних задач теоретичного та практичного характеру.</p>	
4. Програмні компетентності та результати навчання	
<p><u>Фахові компетентності:</u></p> <p>ФК3. Здатність використовувати систематизовані та поглиблені наукові та практичні знання, уміння/навички з математики для розв'язання поставлених завдань і складних спеціалізованих задач та практичних проблем у професійній діяльності та/або навчанні.</p> <p>ФК4. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої</p>	

задачі.

Програмні результати:

ПРН2. Застосовувати систематизовані наукові знання та розуміння основних розділів сучасної математики для розв'язування складних спеціалізованих задач та практичних проблем у професійній діяльності.

ПРН10. Вміти розв'язувати завдання різних рівнів складності з математики та володіти методикою навчання їх розв'язуванню.

5. Організація навчання

Обсяг навчальної
дисципліни

Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	120 годин
практичні	120 годин
самостійна робота	480 годин

Ознаки навчальної
дисципліни

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний /вибірковий
1,2,3,4	014 Середня освіта	1,2	Нормативний

Тематика навчальної
дисципліни

Тема	кількість год.		
	лекції	заняття	сам. роб.

I семестр

Тема 1. Введення ірраціональних чисел. Впорядкування множини дійсних чисел. Визначення ірраціонального числа. Впорядкування множини дійсних чисел. Зображення дійсного числа нескінченим десятковим дробом. Неперервність множини дійсних чисел. Границі числових множин.	2	2	12
Тема 2. Варіанта і її границя. Теорема про границі. Змінна величина, варіанта. Границя варіанти. Нескінченно малі величини. Теорема про варіанту, яка не має границі. Нескінченно	4	4	12

великі величини. Граничний перехід в рівностях і нерівностях. Лема про нескінченно малі. Арифметичні операції над змінними.			
Тема 3. Монотонна варіанта. Границя монотонної варіанти. Число e , наближене обчислення. Лема про вкладені відрізки.	2	2	12
Тема 4. Поняття функції. Змінна та області її зміни. Визначення поняття функції. Аналітичний спосіб задання функції. Графік функції. Класи функцій. Поняття оберненої функції. Обернені тригонометричні функції. Суперпозиція.	2	2	12
Тема 5. Границя функції. Визначення границі функції. Зведення до випадку варіанти. Границя монотонної функції. Загальний критерій Больцано–Коші. Найбільша і найменша границя функції	4	4	12
Тема 6. Класифікація нескінченно малих і нескінченно великих величин. Порівняння нескінченно малих, шкала. Еквівалентні нескінченно малі. Виділення головної частини. Класифікація нескінченно великих	2	2	12
Тема 7. Неперервність функції. Властивості неперервних функцій. Одностороння неперервність. Класифікація розривів. Неперервність і розриви монотонної функції. Неперервність елементарних функцій. Суперпозиція неперервних функцій. Використання неперервності функцій для обчислення границь. Степенево-показникові вирази. Теорема про перетворення функції в нуль. Теорема про проміжне значення. Існування оберненої функції. Теорема про обмеженість функції. Найбільше і найменше значення функції. Поняття рівномірної неперервності. Теорема Кантора. Лема Бореля.	4	4	12
Тема 8. Похідна і диференціал. Визначення похідної. Похідна оберненої функції. Формула для приросту функції. Найпростіші правила обчислення похідних. Приклади складної функції. Односторонні похідні. Нескінчені похідні. Визначення диференціала. Зв'язок між диференційованістю та існування похідної.	4	4	12

Основні формули і правила диференціювання. Дії над диференціалами. Інваріантність форми запису першого диференціала. Застосування диференціалів для оцінки похибок			
Тема 9. Основні теореми диференціального числення. Теорема Ферма. Теорема Дарбу. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коші. Визначення похідних вищих порядків. Загальні формули для похідних довільного порядку. Формула Лейбніца. Диференціали вищих порядків. Втрата інваріантності для диференціалів вищих порядків. Параметричне диференціювання	2	2	12
Тема 10. Вивчення зміни функції. Умови сталості функції. Умови монотонності функції. Максимуми і мінімуми, необхідні умови. Достатні умови, перше правило, друге правило. Використання похідних вищих порядків. Відшукання найбільших і найменших значень. Визначення випуклої (вгнутої) функції. Умови випуклості функції. Нерівність Ієнсена, застосування. Точки перегину	4	4	12
ЗАГ:	30	30	120
II семестр			
Тема 1. Первісна функції. Властивості невизначеного інтеграла та методи інтегрування. Означення первісної. Невизначений інтеграл. Теореми про структуру множини всіх первісних. Приклади первісних. Таблиця невизначених інтегралів. Методи інтегрування: використання лінійності, метод заміни змінної, метод інтегрування частинами	4	4	10
Тема 2. Деякі відомості з теорії алгебри многочленів. Інтегрування раціональних дробів. Комплексне число. Нуль многочлена. Кратність нуля многочлена. Основна теорема алгебри. Розклад многочлена на множники. Інтегрування елементарних раціональних дробів. Інтегрування будь-яких раціональних дробів. Інтегрування правильних раціональних дробів (окремо випадки дійсного і комплексного кратного кореня). Метод невизначених коефіцієнтів. Метод Остроградського. Інтегру-	4	4	12

вання диференціального бінома. Підстановки Чебишева.			
Тема 3. Класи ірраціональних функцій, які інтегруються в квадратурах. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування виразів виду $R(x, \left(\frac{a+bx}{c+dx}\right)^r, \dots, \left(\frac{a+bx}{c+dx}\right)^s)$, їх частинних випадків та виразів, що до них зводяться. Інтегрування виразів виду $R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$. Підстановки Ейлера. Інтегрування тригонометричних функцій.	4	4	12
Тема 4. Поняття про визначений інтеграл. Необхідні і достатні умови інтегрованості функції. Поняття про площу криволінійної трапеції. Означення визначеного інтеграла. Необхідна умова інтегрованості. Суми Дарбу та їх властивості. Верхній та нижній інтеграл Дарбу. Необхідна і достатня умова інтегрованості функції. Коливання функції	2	2	8
Тема 5. Класи інтегрованих функцій. Властивості інтегрованих функцій. Властивості інтегралів. Теорема про середнє значення в інтегральному численні та її узагальнення. Інтеграл із змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Формула інтегрування частинами. Формула заміни змінної.	2	2	8
Тема 6. Застосування визначеного інтеграла. Поняття про криву лінію. Спрямлювані криві. Довжина кривої. Диференціал дуги кривої. Поняття про натуральний параметр. Поняття про плоскі фігури. Елементарні фігури. Верхня та нижня площі простої плоскої фігури. Квадрованість фігури. Критерій квадрованості. Площа криволінійної трапеції. Площа криволінійного сектора. Поняття про об'ємне тіло. Елементарні тіла. Верхній та нижній об'єми тіл. Кубованість тіла. Критерій кубованості. Об'єм тіла за площами поперечних перерізів. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання. Центр ваги кривої. Центр ваги криволінійної трапеції. Перша та друга теореми Гульдіна	4	4	10
Тема 7. Невласні інтегралі I та II роду.	2	2	10

Означення. Властивості. Критерій Коші збіжності невластивих інтегралів. Критерій збіжності для додатної функції. Перша та друга ознаки порівняння для невід'ємних функцій. Порівняння із відомими функціями. Ознаки Абеля та Діріхле			
Тема 8. Поняття n-вимірного простору. Простір R^n . Відкриті, замкнені та обмежені множини в n-вимірному просторі. Поняття метричного простору. Збіжні послідовності та їхні властивості. Лема Больцано-Вейєрштраса	2	2	8
Тема 9. Функції багатьох змінних. Границя функцій багатьох змінних. Зв'язок з повторними границями. Неперервність функцій багатьох змінних. Властивості неперервних функцій. Функції неперервні в області. Теорема Больцано-Коші. Теорема Вейєрштраса. Рівномірна неперервність функцій. Теорема Кантора	2	2	12
Тема 10. Похідні і диференціали функцій багатьох змінних. Частинні похідні і диференційованість функції багатьох змінних. Повний приріст функції в точці. Частинні диференціали функції багатьох змінних. Повний диференціал функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна від складеної функції. Формула скінченних приростів. Похідна функції за напрямом. Градієнт функції. Похідні і диференціали функції багатьох змінних вищих порядків.	2	2	10
Тема 11. Поняття екстремуму для функцій багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму для функції багатьох змінних. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Випадок функції двох змінних. Загальний випадок. Критерій Сильвестра. Найбільше і найменше значення функції в замкненій області	2	2	10
ЗАГ.:	30	30	120
III семестр			
Тема 1. Неявні функції. Теорема про існування однозначної неперервної функції. Неявні функції від багатьох змінних	2	2	10
Тема 2. Диференціювання неявних функцій.	2	4	15

Обчислення похідних неявно заданих функцій, систем неявно заданих функцій. Приклади. Відносний екстремум. Необхідні умови відносного екстремуму. Правило множників Лагранжа. Достатні умови відносного екстремуму			
Тема 3. Поняття числового ряду та його найпростіші властивості. Означення числового ряду. Часткові суми ряду. Загальний член ряду. Збіжність ряду. Приклади збіжних і розбіжних рядів. Залишок ряду. Теорема про збіжність ряду і збіжність залишку ряду. Необхідна умова збіжності ряду. Арифметичні операції над збіжними рядами.	2	2	10
Тема 4. Числові ряди з додатними членами. Достатні умови збіжності рядів із додатними членами: теорема про обмеженість часткових сум, три ознаки порівняння, ознака д'Аламбера, ознака Коші, ознака Раабе, ознака Кумера, інтегральна ознака. Критерій Коші збіжності ряду	4	4	15
Тема 5. Знакозмінні ряди. Знакозмінні (знакопозначені) ряди. Теорема Лейбніца. Ознаки Абеля і Діріхле збіжності рядів. Абсолютно та умовно збіжні ряди. Зв'язок між абсолютною та умовною збіжністю. Властивості абсолютно збіжних рядів: додавання, множення на число, перестановка доданків, множення рядів. Суть абсолютної та умовної збіжності. Теорема Рімана.	4	4	15
Тема 6. Функціональні ряди. Означення функціонального ряду. Різні види збіжності функціонального ряду: поточкова і рівномірна. Достатні умови рівномірної збіжності функціональних рядів: ознака Коші, теорема Вейерштраса, ознака Абеля, ознака Діріхле. Властивості рівномірно збіжних функціональних рядів: про ряд, складений із неперервних функцій, про почленне інтегрування ряду, про почленне диференціювання ряду. Теорема Діні. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей.	6	6	15
Тема 7. Степеневі ряди та ряди Тейлора. Означення степеневих рядів. Розклад функції у степеневий ряд. Теорема Коші-Адамара. Радіус та	6	4	15

інтервал збіжності степеневого ряду. Властивості степеневих рядів. Теорема Абеля. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду. Почленне диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора. Необхідна і достатня умова розкладу функції у ряд Тейлора. Розклад в ряд Маклорена елементарних функцій: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$, $\arctg x$.			
Тема 8. Ряди у комплексній площині. Числові ряди комплексної змінної. Необхідні і достатні умови збіжності. Степеневі ряди в комплексній площині. Область збіжності. Теорема Абеля	4	4	15
ЗАГ.:	30	30	120
IV Семестр			
Тема 1. Задача, що приводить до поняття подвійних інтегралів та його основні властивості. Способи обчислення подвійних інтегралів. Задача про об'єм циліндричного бруса. Означення та умови існування подвійного інтеграла. Верхня та нижня суми Дарбу. Зведення подвійного інтеграла до повторного у випадку прямокутної області та у випадку довільної області. Перетворення плоских областей. Приклади. Вираження площі через криволінійні координати. Заміна змінних у подвійних інтегралах	4	4	14
Тема 2. Поняття потрійного інтеграла і його властивості. Способи обчислення потрійного інтеграла. Задача, що приводить до поняття потрійного інтеграла. Означення потрійного інтеграла. Властивості потрійних інтегралів та інтегрованих функцій. Обчислення потрійного інтеграла у випадку прямокутного паралелепіпеда. Перетворення об'ємних тіл. Приклади. Заміна змінних у потрійному інтегралі.	4	4	20
Тема 3. Криволінійні інтеграли I роду. Механічна задача, що приводить до поняття криволінійного інтеграла I роду. Означення криволінійного інтеграла I роду. Зведення криволінійного інтеграла I роду до інтеграла Рімана.	2	2	12

<p>Тема 4. Криволінійні інтеграли II роду. Означення криволінійного інтеграла II роду. Залежність криволінійного інтеграла II роду від орієнтації кривої. Випадок замкнутої кривої. Зведення криволінійного інтеграла II роду до інтеграла Рімана. Застосування криволінійного інтеграла II роду до обчислення площ областей. Незалежність криволінійного інтеграла II роду від шляху інтегрування: необхідна умова і достатня умова. Умови, за яких підінтегральний вираз у криволінійному інтегралі II роду є повним диференціалом деякої функції. Формула Гріна. Застосування формули Гріна до дослідження криволінійних інтегралів .</p>	6	6	18
<p>Тема 5. Поверхневі інтеграли I та II роду. Означення поверхневого інтеграла I роду. Зведення до подвійного інтеграла. Означення поверхневого інтеграла II роду: частинний та загальний випадок. Зведення поверхневого інтеграла II роду до поверхневого інтеграла I роду. Зведення поверхневого інтеграла II роду до подвійного. Вираження об'єму тіла за допомогою поверхневого інтеграла II роду</p>	6	6	20
<p>Тема 6. Теорія скалярного добутку та ортогональних систем. Поняття про скалярний добуток і норму. Ортогональні та ортонормовані системи функцій. Приклад тригонометричної системи. Загальний вигляд ряду Фур'є. Екстремальна властивість коефіцієнтів ряду Фур'є. Наслідки. Тотожність та нерівність Бесселя. Наслідки з нерівності Бесселя. Замкнута ортогональна система. Рівність Парсеваля. Повна ортогональна система. Зв'язок між замкнутістю і повнотою ортогональної системи</p>	4	4	18
<p>Тема 7. Почленне інтегрування та диференціювання тригонометричного ряду Фур'є. Почленне інтегрування і почленне диференціювання тригонометричного ряду Фур'є. Інтегральне зображення часткової суми ряду Фур'є. Інтеграл і формула Діріхле. Допоміжні твердження. Лема Рімана. Принцип локалізації</p>	4	4	18
<p>ЗАГ.:</p>	30	30	120

ЗАГ.:	120	120	480
6. Система оцінювання навчальної дисципліни			
Загальна система оцінювання навчальної дисципліни	<p>Оцінювання знань, умінь і навичок із навчальної дисципліни здійснюється на основі результатів поточного і підсумкового контролю за 100-бальною шкалою: 50 балів протягом семестру (тестування у кінці семестру (10 балів); письмова самостійна робота на практичних заняттях (10 балів(середня оцінка за 5 самостійних по 10 балів)); письмова контрольна робота (30 балів); 50 балів за екзамен.</p> <p>Критерії оцінювання знань, умінь і навичок студентів:</p> <p>90 – 100 (відмінно) – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв’язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p>70 – 89 (добре) – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності розв’язках;</p> <p>50 – 69 (задовільно) – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповіді, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки;</p> <p>0 – 49 (незадовільно) – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>		
Вимоги до письмових робіт	<p>Письмова контрольна робота складається з 6 завдань, кожне з яких оцінюється у 5 балів. У підсумку контрольна робота оцінюється у 30 балів.</p>		
Практичні заняття	<p>Практичні заняття проводяться з метою формування у студентів умінь і навичок з навчальної дисципліни, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов’язує теоретичне навчання і навчальну практику з дисципліни, а також передбачає попередній</p>		

	контроль знань студентів. На практичних заняттях передбачено написання самостійних робіт: всього 5 практичних, кожне з яких оцінюється у 10 балів. У підсумку враховується середня оцінка. Кожна самостійна містить по 5 завдань, кожне з яких оцінюється у 2 бали. Завдання спрямовані на перевірку засвоєних умінь та навичок здобутих на попередніх заняттях.
Умови допуску до підсумкового контролю	Підсумкова оцінка за семестр має бути не менша, ніж 25 балів.
Підсумковий контроль	Форма контролю: екзамен. Форма здачі: комбінована. Структура білета і розподіл балів за завдання: 1. Відповіді на короткі питання: 7 питань по 2 бали (14 балів). 2. Описові теоретичні питання: 3 питання по 6 балів (18 балів). 3. Практичні приклади: 3 завдання по 6 балів (18 балів)

7. Політика навчальної дисципліни

Письмові роботи:

Самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей).

Академічна доброчесність:

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника. Детальніше: <https://pnu.edu.ua/polozhennia-pro-zapobihannia-plahiatu/>

Відвідування занять

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом. Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні незадовільні оцінки, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті, перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

Неформальна освіта:

Результат може бути зарахований за умови повної відповідності програм та відповідно до Положення про визнання результатів навчання, здобутих

шляхом неформальної освіти, в Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника <https://nmv.pnu.edu.ua/wp-content/uploads/sites/118/2022/11/neformalna-osvita.pdf>

8. Рекомендована література

1. Методичні рекомендації до написання розрахункової роботи з дисципліни “Математичний аналіз” для студентів денної та заочної форми навчання математичних та технічних спеціальностей / Я.О. Баранецький, М.І. Копач, В.В. Кравців, М.В. Марцінків, А.В. Соломко. - Івано-Франківськ: Сімик, 2020. - 70 с.
2. Практикум з математичного аналізу. Частина IV / О.М.Голубчак, А.В.Загороднюк, І.Я.Івасюк, М.І.Копач, В.В.Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, А.В.Соломко, С.В.Шарин - 2-ге видання, перероблене і доповнене. - Івано-Франківськ. Сімик, 2020. - 173 с.
3. Методичні рекомендації до написання розрахункової роботи з дисципліни “Математичний аналіз” для студентів денної та заочної форми навчання математичних та технічних спеціальностей / Я.О. Баранецький, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – 2-ге вид., доповн. і переробл. - Івано-Франківськ, 2021. - 70 с.
4. Методичні рекомендації до написання розрахункової роботи з дисципліни «Математичний аналіз» по темі «Границя послідовностей та границя функції» О.М. Голубчак, А.В. Загороднюк, І.Я. Івасюк, М.І. Копач, В.В. Кравців, Г.П. Малицька, М.В. Марцінків, А.В. Соломко, С.В. Шарин. – Івано-Франківськ : Сімик, 2023. – 52 с.
5. Дюженкова Л.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах: Навчальний посібник / Л.І. Дюженкова, Т.В. Колесник, М.Я. Лященко, Г.О. Михалін, М.І. Шкіль. – К.: Вища школа, 2002. – Ч.2. – 462 с.
6. Заболоцький М.В. Математичний аналіз: Підручник / М.В. Заболоцький, О.Г. Сторож, С.І. Тарасюк. – К.: Знання, 2008. – 421 с.
7. Фіхтенгольц Г.М. Курс диференціального та інтегрального числення. Переклад небайдужих до математики і України: С. Зінов'єв, А. Груша, О. Галганов, А. Рогова, Р. Путятін. Електронне виданняю – 1595 с. (<https://nebayduzhi-math.azurewebsites.net/>)
8. Шкіль М.І. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. Ч.1 – К.: Вища школа, 2005. – 477 с.
9. Шкіль М.І. Математичний аналіз: Підручник / М.І. Шкіль. – К.: Вища школа, 2005. – Ч.2. – 447 с.

Викладач *Вікторія Кравців*, доцент кафедри
математичного і функціонального аналізу